



Utilização de modelagem híbrida *wavelet* nas previsões de séries temporais como auxílio de compreensão na análise meteorológica

Ricardo Vela de Britto Pereira ¹

Luiz Albino Teixeira Júnior ²

Jairo Marlon Corrêa ³

Levi Lopes Teixeira ³

¹ Fundação Oswaldo Cruz – Fiocruz
Rio de Janeiro
ricardoestatistico@yahoo.com.br

² Universidade Federal da Integração Latino-Americana - UNILA
, Brasil.
luiz.junior@unila.edu.br

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Medianeira, Paraná, Brasil
{jairocorrea, levilopes}@utfpr.edu.br

Resumo. As previsões são imprescindíveis para o monitoramento do nível da barragem junto a rios, abastecimento urbano e agrícola, piscicultura, aquicultura, recreação e lazer. Desta forma, as previsões de afluências realizadas com certa antecedência e precisão permitem, aos tomadores de decisões, elaborarem estratégias que minimizem os efeitos negativos de cheias e secas extraordinárias como as que ocorrem na Bacia Hidrográfica do Rio Taquari - Pantanal. Esta mesma metodologia aplicada aos dados de Itaipu, podem ser aplicadas ao Pantanal. O objetivo do estudo é propor um previsor híbrido wavelet (PHW) - que integra decomposição wavelet, modelos ARIMA, Redes Neurais Artificiais (RNAs), combinação de previsões e programação matemática não linear - mais eficaz para avaliar o comportamento das séries, comparando com outras metodologias consagradas na literatura.

Palavras-chave: Vazão, Metodologia, Séries, Decomposição; Geotecnia..

Abstract. The prediction of flow data are essential to the dam level monitoring along the rivers, urban supply and agricultural, fisheries, aquaculture, recreation and leisure. Thus, the inflow forecasts made with some advance and precision enable decision makers develop strategies that minimize the negative effects of floods and droughts extraordinary, such as occur in the River Taquari - Pantanal. This same methodology applied to Itaipu data can be applied to the Pantanal. The objective of the study is to propose a hybrid predictor wavelet (PHW) - which includes wavelet decomposition, ARIMA, artificial neural network models (RNAs), combination of forecasts and nonlinear mathematical programming - more effective to assess the behavior of the series compared to other methodologies embodied in literature.

Key-words: Flow, Methodology, Series, decomposition; geotechnical.

1. Introdução

Inúmeros métodos preditivos são propostos a fim de se prever séries de vazões, como as que ocorrem na região do Pantanal e de Itaipu, auxiliando nos estudos sobre os impactos da atividade humana no bioma destas regiões. Podem-se agrupá-los em três categorias: estatísticos (Box & Jenkins 1976- B&J), inteligência artificial (Haykin, 2001), previsores de combinação (Teixeira Jr., 2013). O aperfeiçoamento dessas técnicas permite melhor gerenciamento das bacias, barragens, enchentes além da compreensão da precipitação pluvial que exerce influência no desenvolvimento e crescimento dos vegetais. O Pantanal é um regulador hídrico, que provoca retardamento e escoamento da água, influenciando na complexidade paisagística e na biodiversidade (Santana 2013).

É usual assumir que resíduos produzidos por métodos de previsão individuais (lineares ou não lineares) geram um processo de ruído branco (caracterizando-se como não previsível). Porém, devido principalmente às estruturas de autodependência não mapeadas pelo mesmo, tal suposição pode ser facilmente violada (Zhang 2003). Nesta perspectiva, DAGUM, (1980) destaca que o modelo B&J é capaz de mapear estruturas de autodependência linear; garantindo ausência de estrutura de autocorrelação nos erros de previsão, mas não de estruturas de autodependência não linear, como, frequentemente, é assumido. Zhang (2003) mostra que os resíduos produzidos pelos modelos B&J são modeláveis por RNAs (previsor não linear) e suas previsões “corrigem” as previsões (lineares) da abordagem ARIMA, agregando informações e melhorando a acurácia do processo preditivo. A popularização destas metodologias híbridas na geotecnia inclusive com o uso de ferramentas de software livre permitem um melhor planejamento para mitigar impactos que causam prejuízos à pecuária bovina e alterações da flora nativa da região do pantanal.

2. Objetivo

A principal motivação desse artigo é o desenvolvimento de método híbrido combinado que forneça vantagens preditivas para dados de vazão se comparado a outros da literatura.

3. Material e métodos

A fim de avaliar o PHW utilizou-se uma série de vazão. Esses dados foram escolhidos por apresentarem características complexas e pela importância no contexto de recursos hídricos.

As previsões propostas serão referenciadas como “previsões híbridas”. Formalmente, assumamos que y_t ($t=1, \dots, T$) seja uma série temporal. De acordo com Zhang (2003), cada estado pode ser decomposto tal como: $y_t = L_t + N_t$, onde L_t e N_t são, respectivamente, as suas componentes linear e não linear. Consequentemente, a previsão de y_t , denotada por \hat{y}_t , pode ser visualizada como: $\hat{y}_t = \hat{L}_t + \hat{N}_t$, onde, por exemplo, \hat{L}_t (previsão linear) pode ser gerada por um modelo linear B&J e \hat{N}_t (previsão não linear), por uma RNA.

Paralelamente à modelagem híbrida e combinada (que consiste na integração de métodos preditivos individuais), **Figura** as abordagens wavelet que realizam processamento dos sinais antes de sua efetiva modelagem (Kubrusly 2006). O método wavelet permite decompor $y_t (t=1, \dots, T)$ em termos de componentes espectrais (Donoho 1994), ou em filtrá-la (Donoho 1995). Por meio de uma decomposição wavelet de nível r (Teixeira Jr 2015), uma série temporal $y_t (t=1, \dots, T)$ é decomposta em termos de $r+1$ componentes wavelet (CWs) – a saber, uma CW de aproximação de nível m_o , denotada por $A_{m_o,t} (t=1, \dots, T)$, e r CWs de detalhe de níveis $m_o, \dots, m_o+(r-1)$, denotadas por $D_{m_o,t}, \dots, D_{m_o,t+(r-1),t} (t=1, \dots, T)$, respectivamente, onde m_o e r tomam valores inteiros. Devido ao fato de as referidas $r+1$ CWs serem dotadas de frequências espectrais constantes (Mallat 2009), tendem a possuir um padrão de comportamento mais regular que $y_t (t=1, \dots, T)$. Com efeito, a modelagem individual, com um nível de acurácia satisfatório, pode incorrer, no processo de reconstrução (isto é, soma das previsões das CW), em ganhos preditivos relevantes (Lei; Ran 2008) Como não existe uma forma de se combinar previsões, ou de se gerar previsões híbridas, que seja considerada a melhor e diante do fato de que o método de decomposição wavelet de nível r tende a incorrer em ganhos preditivos, propõem-se aqui uma metodologia híbrida wavelet de integração de modelos de B&J e de RNAs para geração de previsões. A escolha de tal método de amostragem tem a vantagem de não trabalhar com a distribuição empírica apresentada pelos erros de previsão, evitando vieses decorrentes, por exemplo, da suposição de normalidade dos mesmos.

O PHW descrito em 6 passos: 1) decomposição wavelet de nível r da série temporal de interesse; 2) modelagem individual de cada uma das $r+1$ CW via modelo SARIMA; 3) Combinação linear wavelet (CLW) das previsões geradas no passo 2; 4) Decomposição wavelet de nível k dos resíduos produzidos no passo 3; 5) Modelagem simultânea das $k+1$ CWs geradas no passo 4 via RNA-MLP wavelet automática; 6) Geração das previsões (pontuais) híbridas da série temporal original, somando as previsões obtidas nos passos 3 e 6;

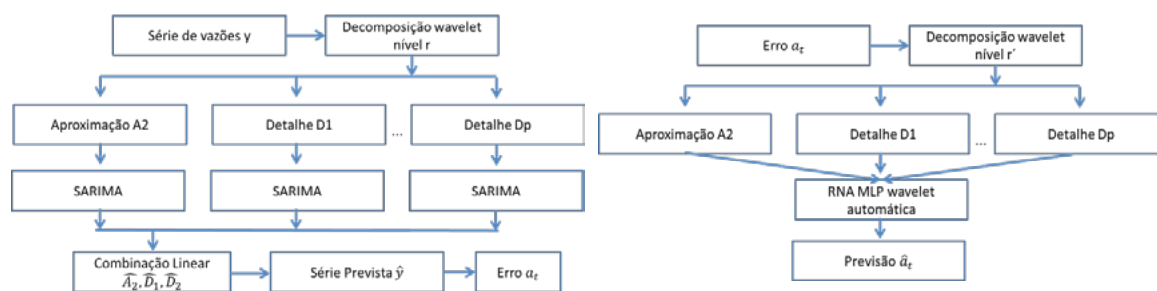


Figura 1. Fluxograma do passo 1 ao passo 3
 Fonte: O autor 2015

Fluxograma do passo 4 ao passo 5

O passo 6 é dado pelo somatório da série prevista \hat{y} e da previsão \hat{a}_t .

Para modelagens B&J utilizou-se o software EViews 8 e considerou-se as seguintes análises de validação: perfil dos gráficos das funções de autocorrelação parcial e simples, teste *Ljung-Box* (até o Lag 30), estatística de Durbin-Watson, teste de raiz unitária de *Dickey-Fuller* (Hamilton, 1994). Na modelagem dos resíduos oriundos da CLW de modelos B&J, quanto aos parâmetros wavelet, considerou-se nível de decomposição wavelet 2. A utilização de nível de decomposição maior não ofereceu ganho preditivo. Quanto às bases ortonormais wavelet, consideram-se as seguintes famílias: db1, db2, ..., db45 (famílias *Daubechies* com momentos nulos variando de 1 a 45); sym1, ..., sym20 (famílias *symlets* com momentos nulos variando de 1 a 20) (Mallat, 1998). Quanto à RNA-MLP, foi utilizada somente uma camada escondida e,

como algoritmo de treinamento, Levenberg-Marquardt (Haykin, 2001). O número de janelas para RNA-MLP variou de 1 a 12, número de treinamentos por configuração igual a 25. A modelagem neuronal e a abordagem wavelet foram implementadas no MATLAB 2013. Finalmente, os parâmetros adaptativos da CLW foram obtidos com auxílio do pacote solver, do Excel 2009, mantendo como inalterados os valores default.

Estatísticas de aderência utilizadas: MSE (*mean square error*), MAE (*mean absolute error*) e MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) definidas por:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t| \quad MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}$$

Onde: y_t e \hat{y}_t são, respectivamente, o estado e a previsão no instante t .

4. Resultados empíricos

Utilizou-se, neste experimento, uma série temporal de vazão de afluentes mensal (01/1970 à 10/2010) 492 observações / http://www.ons.org.br/operacao/vazoes_naturais.aspx do posto 266, Usina Hidrelétrica de Itaipu. A área da usina vai desde Foz do Iguaçu, no Brasil, e Ciudad del Este, no Paraguai, ao sul, até Guaíra (Brasil) e Salto del Guairá (Paraguai), ao norte. A escolha da série, apresentada na **Figura 2** se deu por conta de sua relevância e por ser de difícil modelagem (Santana 2013). Os tamanhos amostrais de treino e teste utilizados seguiram a metodologia da literatura para fins de comparação (Zhang 2003).

O correlograma (**Figura 2**) da série observada mostra a existência de componente sazonal; além de autocorrelações não decrescentes nos lags múltiplos de doze, indicando não-estacionariedade de segunda ordem, confirmadas pelo teste de Dickey Fuller com $\alpha = 5\%$.

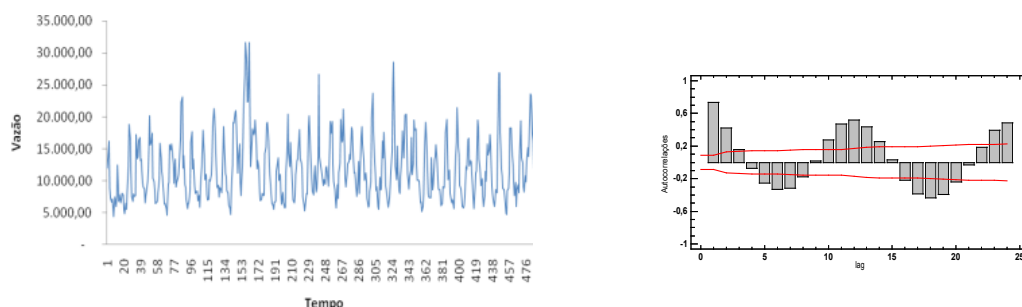


Figura 2: Série de vazões mensais e correlograma da série obtida no posto 266-Itaipu no período 1970-2010

Fonte: O autor 2015

Resultados da modelagem proposta (PHW) foram comparados com outras abordagens da literatura, tais como B&J e RNA; além dos compostos, ARIMA-wavelet (ARIMA-W) e RNA-wavelet (RNA-W). Na experimentação, 70% dos primeiros dados foram utilizados no treinamento dos modelos preditivos individuais (B&J e RNA), separando 20% para a validação e 10%, para amostra teste. Realizaram-se previsões um passo à frente, com horizonte de previsão de 49 meses. Para avaliação utilizaram-se estatísticas MAPE e MAE.

Para testar a hipótese de que todos os coeficientes de autocorrelação ρ_k dos erros de previsão eram estatisticamente não diferentes de zero, foi utilizada a estatística L , desenvolvida por Box e Pierce, em que n é o tamanho da amostra e k a duração da defasagem. A estatística L tem distribuição qui-quadrado com k graus de liberdade. Quando L excede o valor crítico, rejeita-se $H_0: \rho_k = 0$ (Casella 2002).

A fim de eliminar o efeito de não-estacionariedade na componente de sazonalidade, foi aplicada uma diferenciação de ordem d . Com a série diferenciada, fez-se a análise dos gráficos da

FAC e FACP, podendo assim definir possíveis modelos para o ajuste dos dados. Testes indicaram que, entre os modelos candidatos, o ARIMA(1,0,2)x(0,1,2)₁₂ se ajustou melhor aos dados. Para a validação do modelo foram analisados os resíduos pelos gráficos de autocorrelações, mostrando que são não autocorrelacionados e considerou-se expuria a violação no lag 15 (**Figura 3**).

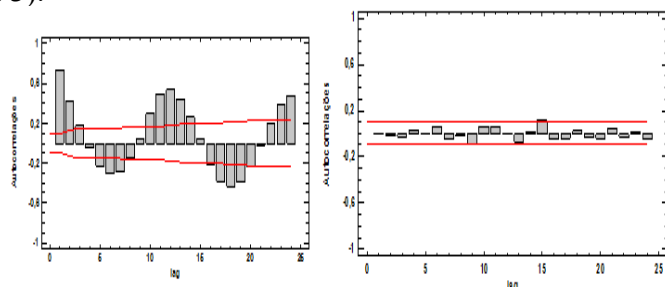


Figura 3: Autocorrelações dos resíduos ARIMA(1,0,2)X(0,1,2)₁₂ Fonte: O autor 2015

O teste de Ljung-Box corrobora a conclusão obtida na FAC residual. Como o p-valor (0,203) obtido com o teste de Box-Pierce é maior que 0,05, não se rejeitou a hipótese de que os resíduos fossem descorrelatados, ao nível de 5%.

A RNA usada na modelagem da série subjacente foi feed-forward multilayer perceptron (RNA-MLP). Realizou-se vinte combinações com tamanho da janela de entrada (J) e quantidade de neurônios na camada escondida (CE), fazendo-se dez simulações para cada combinação. a rede utilizada era constituída por uma camada escondida com função de ativação tangente hiperbólica sigmoideal (tansig) e um neurônio na camada de saída com função de linear (purelin) e Levenberg e Marquardt o algoritmo de treinamento. A busca pela RNA que melhor ajustasse os dados identificou a RNA-MLP com J=4 e camada escondida composta por cinco neurônios artificiais (CE=5), conforme a Tabela 7, onde estão listadas seis das vinte estruturas testadas. Nesta tabela podem ser observados o Erro Médio Percentual Absoluto (MAPE), Erro Percentual Absoluto (APE) mínimo e o APE máximo para as seis **configurações** listadas.

Tabela 1: APE mínimo, máximo e MAPE para seis RNA-MLP Fonte: O autor 2015

J	CE	APE Mínimo			APE Máximo			MAPE		
		Treino	Valid.	Teste	Treino	Valid.	Teste	Treino	Valid.	Teste
5	5	0,060	0,20	0,23	112,3	76,7	79,4	17,8	18,4	21,3
4	4	0,040	0,67	0,67	113,5	70,3	86,4	19,3	20,1	21,6
5	6	0,020	0,44	0,41	132,9	92,5	159,5	16,8	18,6	26,3
5	7	0,005	0,07	0,49	109,3	72,1	146,7	17,2	18,8	27,2
4	5	0,020	0,04	0,68	122,1	87,4	49,4	18,2	18,3	18,9
4	6	0,004	0,07	1,22	126,8	88,3	171,2	18,3	18,9	24,1

A amostra de teste apresentou MAPE igual a 18,01% com o modelo ARIMA e 18,9% com a RNA. Nas **Figuras** 4a e 4b estão os gráficos de dispersão da amostra de teste versus previsão por RNA e ARIMA. Os gráficos em questão são um indicativo que se pode melhorar a qualidade das previsões obtidas com os métodos individuais ARIMA e RNA.

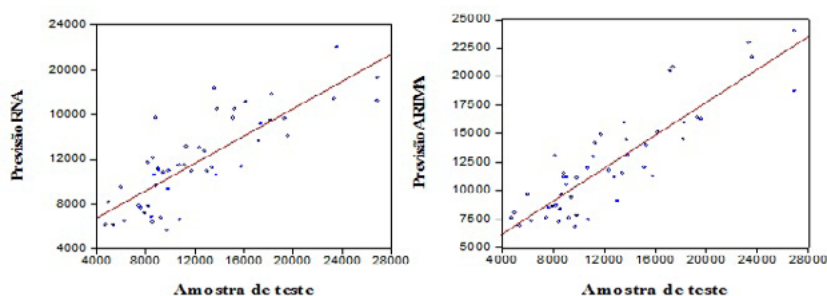


Figura 4: Gráfico dispersão da amostra teste e previsões RNA, ARIMA Fonte: O autor 2015

Inicialmente, a série foi decomposta ortogonalmente via expansão wavelet de nível 2, utilizando a base Daubechies, momento 10 (“db 10”). As três CWs geradas (sendo duas de detalhes (D1 e D2) e uma de aproximação (A2)) foram ajustadas por três RNA e três modelos ARIMA diferentes e, em seguida, as previsões foram combinadas linearmente, a fim de se obter as previsões da série temporal original. As etapas para a execução do método ARIMA-W são semelhantes às apresentadas no fluxograma da **Figura 1**, porém no lugar de modelos ARIMA, utilizaram-se modelos SARIMA e nível de decomposição r . O mesmo ocorre para o método RNA-W utilizando-se uma RNA no lugar dos modelos SARIMA.

Na **Figura 5** podem-se observar os gráficos da série de vazões mensais e as componentes wavelets de aproximação (A2) e detalhes (D1 e D2) obtidas com a base ortonormal wavelet de Daubechies com momento 10 (db 10).

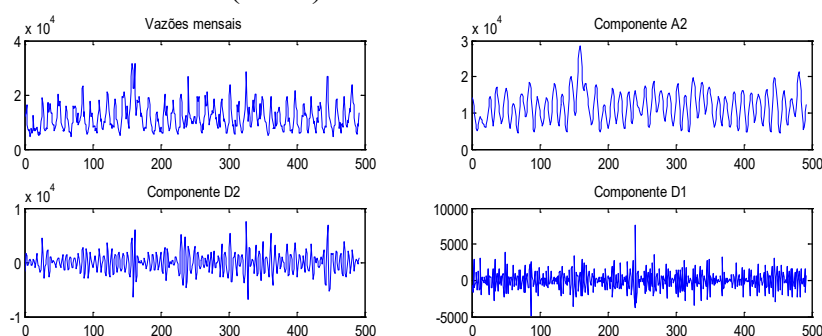


Figura 5- Gráfico da série temporal de vazões e das CWs A2, D2 e D1 Fonte: O autor 2015

A Tabela 2 fornece um resumo dos modelos AR, MA e configurações das RNA utilizadas na modelagem das componentes wavelet A2, D1 e D2, sendo CE a quantidade de neurônios da camada escondida com função de ativação tangente hiperbólica (*tansig*) e J o tamanho da janela de entrada de dados. A camada de saída possui um único neurônio e a função de ativação é linear (*purelin*).

Tabela 2: Configurações RNA e dos modelos AR e MA para A2, D1 e D2. Fonte: O autor 2015

Componente de aproximação de nível 2 (A2):
RNA1: <i>feed-forward</i> , J=20, CE=9, <i>tansig</i> (camada escondida), <i>purelin</i> (camada de saída), AR(1), AR(2), AR(4), AR(12), AR(13), AR(24), MA(1 até 3), MA(13) e MA(24)
Componente de detalhe de nível 1 (D1):
RNA2: <i>feed-forward</i> , J=20, CE=5, <i>tansig</i> (camada escondida), <i>purelin</i> (camada de saída), AR(1 até 8), MA(1 até 8)
Componente de detalhe de nível 2 (D2):
RNA3: <i>feed-forward</i> , J=21, CE=9, <i>tansig</i> (camada escondida), <i>purelin</i> (camada de saída)

AR(1 até 8). AR(10). AR(11). AR(24). MA(1 até 4). MA(6). MA(7) e MA(10)

As previsões, e foram combinadas linearmente a fim de se obter a previsão da série de vazões, conforme.

Onde: são os parâmetros adaptativos ótimos determinados com a solução do problema de programação não linear, cuja função objetivo é a raiz do erro quadrático médio (RMSE).

Onde:

De forma análoga, obtém-se a partir das previsões, e .

O MAPE para a amostra de teste obtido com a aplicação do método ARIMA-wavelet foi de 3,63%; e de 2,80%, com a utilização do RNA-wavelet – o que mostra a eficiência de tais abordagens em métodos em relação aos individuais RNA e ARIMA. No passo 1, utilizou-se decomposição nível 2, base ortonormal de Haar, da amostra de treino gerando: uma CW de aproximação (A2); e duas de detalhe (D2 e D1). No passo 2, utilizaram-se os previsores:

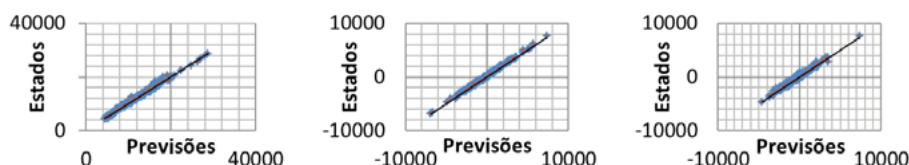
Um modelo SARIMA (4,1,5) x , para prever A2. Assuma que , para todo instante t. O referido modelo ótimo é dado por:

Um modelo SARIMA (2,0,1) x para projetar D2, cuja representação dada por:

+

Um modelo ARIMA (1,0,2), para prever D1, o qual é dado por:

+



CW A2 e previsões

(b) CW D2 e previsões

(c) CW D1 e previsões

Figura 6 - Gráfico de dispersão CWs A2, D2 e D1 e suas previsões. Fonte: O autor 2015

Na **Figura 6**, verifica-se que os dados são altamente correlacionados com as previsões, o que evidencia nível de acurácia satisfatório. A CLW ótima, no passo 3, é dada na Equação.

Onde: , para todo instante t; é uma componente sazonal da estrutura Box e Jenkins.

No passo 4, os erros de predição da CLW ótima, representados algebricamente por , sendo , decomposição de nível 2, base ortonormal Daubechies com momento nulo 10 (“db10”) (Mallat, 2009). A **ConFiguração** ótima da RNA wavelet automática para projetar os resíduos produzidos no passo 6 pode ser visualizada na Tabela 4.

Tabela 3 - **ConFiguração** ótima da RNA-W automática para projetar os resíduos da CLW ótima, do passo 3. Fonte: O autor 2015

Neurônios	Normalização	Tamanho da janela	Função de ativação (camada escondida)	Função de ativação (saída)
db 40	Premnmx	4	Sigmoide logística	linear

Na **Figura 7**, têm-se os gráficos das previsões e resíduos, na amostra de treinamento. As previsões são um passo à frente. Com efeito, no passo 7, somando-se as previsões fora da amostra (amostra de teste), dos passos 3 e 6, são geradas as híbridas para a série temporal de vazão. Note que, na escala do gráfico, praticamente não é possível perceber, de forma visual, diferença entre as previsões e os estados da série temporal de vazão, na amostra de teste

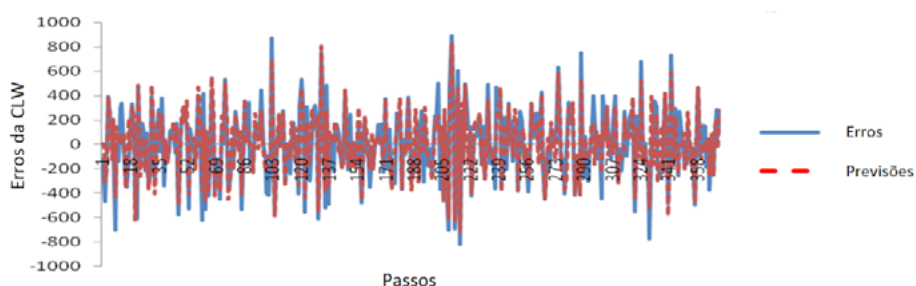


Figura 7 – Resíduos da CLW do passo 3 e suas respectivas previsões. Fonte: O autor 2015

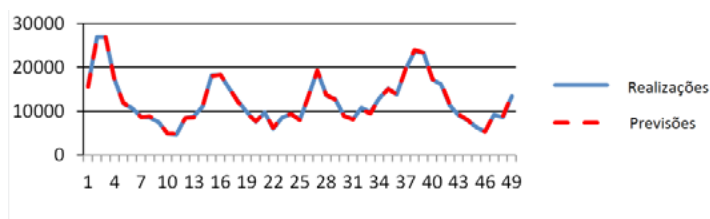


Figura 8: Realizações e previsões da série, na amostra teste Fonte: O autor 2015

Na **Figura 8** visualiza-se o gráfico das realizações da vazão e suas respectivas previsões. A Tabela 4 expõe valores das estatísticas residuais dos previsores, a estatística MAPE e MAE, nas três amostras. CL1 e CL2 são as combinações lineares das abordagens ARIMA e RNA; e ARIMA-W e RNA-W. A combinação linear híbrida wavelet em estágios múltiplos foi superior aos outros nas três amostras. Na **Figura 9**, tem-se a comparação entre o PHW e a abordagem CL2 (segundo melhor predictor). Verifica-se que, na amostra de teste, o PHW apresenta evolução temporal dos valores APE (absolute percentage error) mais estáveis que os da CL2 (note que 6 pontos da CL2 violam a faixa dos 6% de APE, e não ocorre violação da PHW) e na maioria dos instantes, o PHW tem valores APE menores que CL2.

Na **Figura 10**, é apresentado o diagrama de dispersão das previsões e realizações da série, na amostra de teste. Note a presença de forte correlação entre as realizações e as respectivas previsões, corroborando que, de fato, as previsões são acuradas.

Tabela 4 – Estatísticas de aderência MAPE e MAE.

Fonte: O autor 2015

Métodos	MAPE			MAE		
	Treinamento	Validação	Teste	Treinamento	Validação	Teste
RNA	16,35%	15,19%	21,78%	1.886,87	1.682,38	2.389,97
ARIMA	16,60%	19,46%	21,25%	2.032,22	2.185,50	2.560,19
CL 1	14,95%	14,82%	19,13%	1.877,10	1.752,25	2.274,33
RNA- W	2,11%	2,47%	2,80%	224,00	232,73	290,79
ARIMA-W	2,74%	3,13%	3,63%	291,92	278,34	396,26
CL 2	2,06%	2,38%	2,64%	218,29	222,45	275,75
PHW	1,27%	1,27%	1,36%	131,83	121,71	141,95

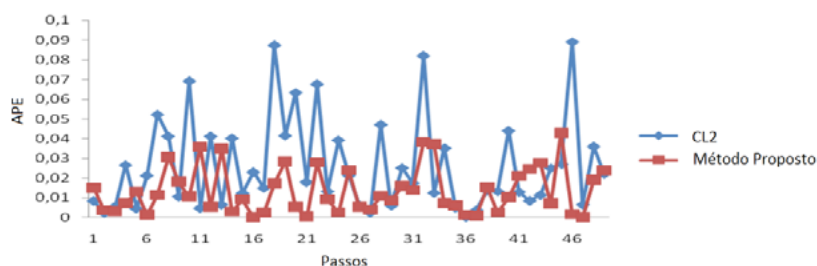


Figura 9: APE dos previsores CL2 e do PHW, na amostra de teste Fonte: O autor 2015

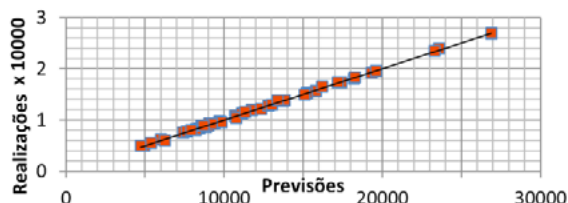


Figura 10: Diagrama de dispersão amostra teste e previsões PHW Fonte: O autor 2015

5. Conclusão

Em relação à abordagem wavelet, considerado horizonte de previsão igual a k passos à frente, foram calculadas k diferentes séries de Fourier wavelet, de modo a se obter k diferentes decomposições wavelet (de nível 2). Para a escolha das melhores bases ortonormais wavelet, no passo 3, considerou-se aquelas que, dado o nível de decomposição 2 (decomposição ótima), forneciam o menor EQM (erro médio quadrático) entre os sinais da amostra treino e os respectivos sinais wavelet gerados em decorrência da soma das componentes de aproximação e de detalhe. A RNA-W automática, gerou as melhores previsões, na amostra de treinamento. Além disso, a decomposição wavelet possibilitou a geração de componentes espectrais wavelet com um padrão de comportamento temporal menos ruidoso (ou menos estocástico) e mais regular. Em particular, no tocante à regularidade de comportamento, tal fato ocorreu porque cada componente ortogonal wavelet está associada ao parâmetro de escala das funções wavelet que a compõe e este, à frequência da respectiva componente wavelet (Box 1994). Assim, cada CW forneceu diferentes contribuições acerca da flutuação estocástica-temporal da série temporal original, no passo 3. Dessa maneira, ao se combinar linearmente a previsão para as componentes wavelet, obteve-se, para cada instante t , uma previsão combinada que, segundo Faria 2008, pode ser interpretada como agregadora de informações oriundas de diferentes fontes (abordagens preditivas).

A combinação linear wavelet (CLW), por se tratar, na verdade, de um modelo linear estatístico, produziu resíduos que, de fato, eram desconcorrelatados. Em abordagens tradicionais de combinação de previsões, geralmente não é feito qualquer teste estatístico para garantir tal propriedade estatística. Por outro lado, a RNA wavelet automática propiciou fazer uma busca exaustiva por milhares de possíveis previsores para projetar os resíduos desconcorrelatados (mas não independentes) da CLW, do passo 3, fornecendo previsões acuradas que possibilitam agregar informações não lineares na previsão final (previsão híbrida). No tocante aos intervalos de previsão para a série temporal de vazão, verificou-se que a sua amplitude era relativamente pequena (o que evidencia menor incerteza acerca do futuro) e que não houve nenhuma violação nos mesmos.

A utilização de modelos B&J e RNAs se deu pelo fato de serem reconhecidos pela sua eficiência na modelagem de estruturas de autodependência linear e não linear, além da facilidade de manipulação operacional devido à gama de software e pacotes existentes.

Por último, este artigo proporciona a incorporação de abordagens matemáticas e estatísticas avançadas e inovadoras no campo da geotecnologia, identificando padrões de comportamento lineares e não lineares, assim como tendências entre variáveis climáticas associadas a eventos de agricultura, paisagem, meteorologia, clima e recursos hídricos.

6. Referências

- BOX, G.E.P.; Jenkins, G.M. **Time series analysis: Forecasting and control**. Rev. ed. San Francisco, CA: Hoiden-Day, 1976
- Casella, C.; Berger, R.I. **Statistical Inference**. [Second Edition], [S.l.:s.n]: 2002. p.577-582
- DAGUM, E. B. **The X11ARIMA seasonal adjustment method Ottawa**: Time Series Research and Analysis Division, Statistics. Canada: [s.n], 1980.
- DONOHO, D. L.; JONHSTONE, I. M. **Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage**. Biometric,[S.l.], v. 81,p. 425-455, 1994
- DONOHO, D. L.; JONHSTONE, I. M.; KERKYACHARIAN, G.; PICARD, D. Wavelet Shrinkage: Asymptopia? (with discussion) **Journal Royal Statistical Society**,[S.l.],v. 57, p 301-369, 1995.
- HAYKIN, S.**Redes Neurais: Princípios e Prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HAMILTON, J. **Time Series Analysis**. [S.l.]: Princeton University Press, 1994.
- LEI C. ;RAN, L. **Short-term wind speed forecasting model for Wind Farm Based on Wavelet Decomposition** DRPT. Nanjing. China,p 2525-2529, 2008.
- KUBRUSLY C. S., LEVAN, N. (2006). **Abstract Wavelet Generated by Hilbert Space Shift Operators**. Adv. Math. Sci. Appl. 14, 643-660.Kubrusly C. S. Elements of Operator Theory. Boston:Birkhäuser, 2001.
- MALLAT, S. **A Wavelet Tour of Signal Processing**. The Sparse Way. [S.l.:s.n: 2000?], p. 27-39
- MALLAT, S. **A Wavelet Tour of Signal Processing**. San Diego: Academic Press,1998.
- TEIXEIRA JR, L. A.; MENESES, M. L.; PESSANHA, J. F. M. SOUZA, R. C.; CASSIANO, K. M. . Residential Electricity Consumption Forecasting Using a Geometric Combination Approach. **International Journal of Energy and Statistics**, v. 1, n. 2, 1-13, 2013
- SANTANA, M.S.; SOUZA C.A.; JUNIOR, E.S.O. Análise de Séries Temporais de vazão e Precipitação na Bacia do Rio Paraguai. **Revista GeoPantanal** v.8, n.14, 2013
- ZHANG, G. P. **Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model**. Atlanta: Neuro-computing, 2003, v.50, p. 159-175.

